

EL DISEÑO DE PIRÁMIDES BASADAS EN EL TRIÁNGULO SAGRADO EGIPCIO*

ALFONSO MARTÍNEZ ORTEGA

Rellenar este espacio

RESUMEN:

Se tiene constancia que los antiguos egipcios utilizaron en muchas de sus construcciones, dibujos y pinturas, un tipo especial de triángulos, los denominados «Triángulos Sagrados», que son aquellos triángulos rectángulos cuyos lados están en la relación 3-4-5, a los que se les atribuían propiedades mágicas o estéticas. Los egiptólogos están de acuerdo en que uno de los mejores ejemplos son las pirámides reales construidas durante la VI Dinastía. No obstante, hay muchas otras pirámides, en las que también se utilizó, como la pirámide de Kefrén (IV Dinastía).

Las pirámides diseñadas con triángulos sagrados contienen cuatro triángulos de este tipo en su estructura y están formados con cada apotema de la pirámide, su base y su altura.

No existen documentos que prueben que los antiguos egipcios conocieran el teorema de Pitágoras, pero como veremos, para resolver los triángulos sagrados no es necesario el uso de este teorema, ya que pueden resolverse con simples sumas o adiciones, sin necesidad de elevar números al cuadrado ni resolver complicadas raíces cuadradas.

Como veremos, el diseño de las pirámides en base a los triángulos 3-4-5 fue el más utilizado y no solo pudo ser por motivos estéticos o incluso religiosos, sino porque además facilitaba los cálculos tanto previos como en el momento de ejecución de las obras.

SUMMARY:

It is known that a special type of triangles, designated as «sacred triangles» were used by ancient Egyptians in many of their constructions, reliefs and paintings; people attributed to these right-angled triangles whose sides are in the relation 3-4-5, some kind of magic or aesthetic properties. Egyptologists agree that the best examples of designs with this type of sacred triangles are the pyramids of the 6th Dynasty; there are others pyramids built thus, such as the pyramid of Khafre.

* El autor agradece los comentarios y sugerencias del Dr. Parra Ortiz en la elaboración de este artículo.

The pyramids designed with «sacred triangles» contain four triangles of this type in its structure; these four triangles are formed with each of the apothems of the pyramid, base and height.

There is no document to prove that the Egyptian knew even a particular case of the Pythagorean theorem, but as we will see, to solve this «sacred triangles» it is not necessary the use of this theorem: it is enough to perform some simple additions and subtractions without calculating squares of numbers neither complicated square roots.

As we will see, the pyramids constructed with triangles 3-4-5 were the most numerous and the calculations to use in the design and construction of these monuments are greatly reduced.

INTRODUCCIÓN

Se tiene constancia que los antiguos egipcios utilizaron en muchas de sus construcciones, dibujos y pinturas, un tipo especial de triángulos, los denominados «Triángulos Sagrados», que son aquellos triángulos rectángulos cuyos lados están en la relación 3-4-5, a los que se les atribuían propiedades mágicas o estéticas.

Ejemplos de ello los tenemos en las construcciones de pirámides y templos. En cuanto a las primeras, uno de los mejores ejemplos son las 4 pirámides reales construidas durante la VI Dinastía, las cuales además de estar diseñadas en base al triángulo sagrado egipcio, se construyeron todas de las mismas dimensiones siguiendo un patrón común¹. No obstante, hay muchas otras pirámides, de otras dinastías, en las que también se utilizó, como la pirámide de Kefrén (IV Dinastía), la primera y mayor de todas las pirámides construidas en base a dicho triángulo².

En cuanto a templos funerarios hay muchos ejemplos, como el del rey Zoser en Saqqara, el de Snofru en Dashur, el templo alto de Keops en Giza, el templo alto y bajo de Kefrén, el templo de la esfinge en Giza o el templo alto de Micerinos, por citar algunos³.

Por otro lado, para la resolución de triángulos rectángulos no tenemos constancia de que los antiguos egipcios conocieran el Teorema de Pitágoras⁴. No obstante, como veremos más adelante, para la resolución de los «Triángulos Sagrados» no es necesaria la aplicación de este teorema, ya que en estos casos, se puede realizar de una manera mucho más sencilla utilizando tan sólo sumas o restas, sin necesidad de elevar números al cuadrado, ni resolver complicadas raíces cuadradas.

¹ PARRA ORTIZ, J. M.: *Historia de las pirámides de Egipto*. Madrid. Editorial Complutense, 1997. pp 319-341.

² LAUER, J. P.: «Le triangle sacré dans les plans des monuments de l'Ancien Empire. Aux monuments de Khéphren à Guizeh» *BIFAO* 77 (1977) pp. 62-64.

³ LAUER, J. P.: «Le triangle sacré dans les plans des monuments de l'Ancien Empire» *BIFAO* 77 (1977) pp. 55-78.

⁴ Recordemos que el Teorema de Pitágoras se aplica a los triángulos rectángulos y por tanto también a los «Triángulos Sagrados» y se expresa como: «El cuadrado de la hipotenusa es igual a la suma de los cuadrados de los catetos. ($a^2=b^2+c^2$, donde «a» es la hipotenusa, «b» el cateto menor y «c» el cateto mayor)».

LOS TRIÁNGULOS SAGRADOS

Como se ha comentado, se denominan «Triángulos Sagrados» aquellos triángulos cuyos lados están en la relación 3-4-5. Puesto que $5^2 = 3^2 + 4^2$, cumplen el Teorema de Pitágoras y por tanto, son triángulos rectángulos.

Los ángulos interiores de este tipo de triángulos son 90° , $36^\circ 52' 11''$ y $53^\circ 07' 48''$. Por tanto, que cualquier triángulo que posea estos ángulos⁵ tendrá sus lados en la proporción 3-4-5 y será un «Triángulo Sagrado».

Esto es práctico en el caso de conocer uno de los ángulos agudos de un triángulo rectángulo cualquiera, puesto que si coincide con $53^\circ 07' 48''$ o $36^\circ 52' 11''$, sabremos que se trata de un triángulo 3-4-5 sin necesidad de realizar cálculos de relaciones entre sus lados. En el caso de una pirámide, bastará con fijarnos en el ángulo de inclinación de sus caras para afirmar si está construida en base al triángulo sagrado.

En este tipo de triángulos es fácil demostrar que: «La hipotenusa es igual al cateto menor mas la mitad del cateto mayor», que expresado matemáticamente:

$$a = b + \frac{c}{2}$$

Donde «a» es la hipotenusa, «b» el cateto menor y «c» el cateto mayor (Ver figura 1).

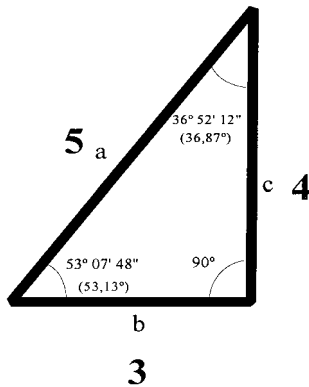


Figura 1. Triángulo Sagrado (Dibujo del autor).

Pero también se puede llegar a calcular otras formulas tan sencillas o más que la anterior⁶, como por ejemplo:

$$c = 2(a - b) = (a + a) - (b + b)$$

⁵ Estos ángulos se pueden calcular mediante las razones trigonométricas de la relación entre sus lados (3/5, 4/5 o 3/4).

⁶ Todas estas formulas pueden ser calculadas mediante las relaciones de los lados (a/c=5/4; b/c=3/4 y a/b=5/3).

«El cateto mayor es igual al doble de la diferencia de la hipotenusa con el cateto menor».

O incluso:

$$a = 2c - b = c + c - b$$

«La hipotenusa es igual a la diferencia que hay entre el doble del cateto mayor con el cateto menor».

Por ejemplo, si de un triángulo sagrado conocemos que el cateto mayor vale 12 codos y el menor 9 codos)Cuanto vale la hipotenusa?

Aplicando la expresión anterior:

Siendo $c=12$ $b=9$

$$a = c + c - b$$

$$a = 12 + 12 - 9$$

$$a = 15 \text{ codos}$$

O también aplicando la primera expresión:

$$a = b + \frac{c}{2}$$

$$a = 9 + \frac{12}{2} = 9 + 6 = 15 \text{ codos}$$

De esta manera, con simples sumas o restas se puede resolver un «Triángulo Sagrado», hecho que no sucede con el resto de los triángulos rectángulos, debiendo recurrir en estos casos al citado teorema, donde la formula es mas complicada.

Las formulas son tan sencillas que los antiguos escribas bien pudieron deducirlas empíricamente a raíz de los primeros cálculos matemáticos que realizasen con los triángulos 3-4-5.

Pero también, en el caso que se quiera diseñar un triángulo sagrado conociendo únicamente uno de los lados, por ejemplo el cateto mayor, podríamos calcular el menor con la siguiente expresión:

$$\frac{b}{c} = \frac{3}{4} \Rightarrow b = c \frac{3}{4}$$

Basta pues, multiplicar el cateto mayor por $\frac{3}{4}$, operación muy sencilla de realizar, como veremos a continuación. Una vez conocidos los dos catetos, la hipotenusa se podría calcular por cualquiera de las expresiones anteriores.

Es conocido el hecho de que los antiguos egipcios realizaban las multiplicaciones y las divisiones⁷ como resultado de duplicar ciertos números cuyos resultados

⁷ RICHARD J. GILLINGS: *Mathematics in the time of the pharaohs*. New York. Dover Publications, Inc. 1972. Chapter 3: «The four arithmetic operation». pp. 16-20.

luego sumaban, lo cual podríamos decir que está en consonancia con la forma de resolución de triángulos que acabamos de exponer.

Por ejemplo, para multiplicar 43 por 48, duplicaban el valor 48 y el valor obtenido lo volvían a duplicar de nuevo y así sucesivamente las veces necesarias. Después, señalaban en la columna de la izquierda los números cuya suma es 43 y en la columna de la derecha sumaban las cifras correspondientes para obtener el resultado:

1 *	48 *
2 *	96 *
4	192
8 *	384 *
16	768
32 *	1536 *
<hr style="width: 50%; margin: 0 auto;"/> 43	<hr style="width: 50%; margin: 0 auto;"/> 2064

En este caso se han sumado los valores de la columna de la izquierda, marcados con el asterisco, hasta obtener el valor de 43, a estos les corresponden unos valores de la columna de la derecha (el resto de los valores se desecha) cuya suma es 2064, que es el resultado buscado.

Por todo lo expuesto anteriormente, podríamos decir que los antiguos egipcios habrían utilizado este tipo de triángulo, no solo por motivos estéticos, sino porque además facilitaba los cálculos que debían de hacerse en los proyectos previos a las obras.

Aparte de esto, los «Triángulos Sagrados», también podían utilizarse para construir ángulos rectos, pues la unión de tres palos o barras cuyas longitudes guarden en la proporción 3-4-5, forma un triángulo rectángulo. Esto también es posible con la ayuda de una cuerda dividida, con nudos, en doce partes iguales, permitiendo construir un triángulo 3-4-5, tal como lo explica Alexandre Badawy en su estudio «Ancient Egyptian Architectural Design»⁸.

EL DISEÑO DE PIRÁMIDES CON TRIÁNGULOS SAGRADOS

Las pirámides diseñadas con los triángulos 3-4-5 contienen 4 triángulos de este tipo en su estructura, siendo éstos los que se forman con cada apotema, la base y la altura de la pirámide (Ver Figura 2).

Esto se puede observar por el valor de los ángulos de inclinación de las caras (Ver Tabla I), ya que predomina uno de los ángulos propios de los «Triángulos Sa-

⁸ Citado por LAUER, J. P.: «Le triangle sacré dans les plans des monuments de l'ancien Empire» *BI-FAO* 77 (1977) p. 55.

grados», $53^{\circ} 07' 48''$ ⁹, o valores muy próximos a éste, ya que el ángulo varía según distintos autores¹⁰.

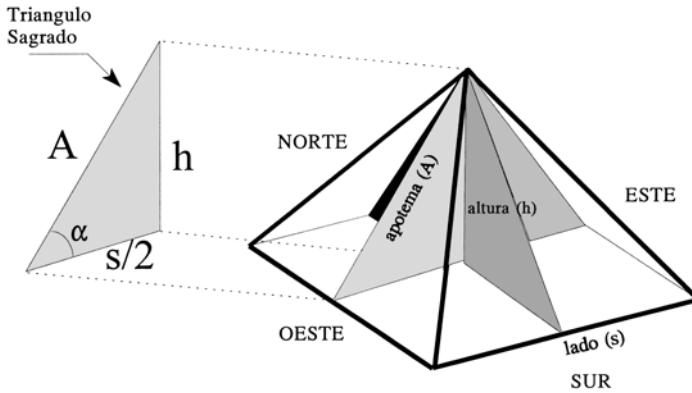


Figura 2. Pirámide diseñada con triángulos sagrados (Dibujo del autor)

En el análisis que aquí se presenta, realizado en todas las pirámides reales de caras lisas de las cuales conocemos sus dimensiones y ángulos de inclinación de sus caras (24 pirámides en total), se puede comprobar (ver Tabla I) que la gran mayoría de ellas (16 de las 24 pirámides, casi un 70%) poseen unos ángulos dentro de un estrecho margen, entre 50 y 55° y en concreto, en 8 de ellas (un 33,3%) dicho ángulo es de $53^{\circ} 07' 48''$, es decir el de los triángulos 3-4-5. Dicho porcentaje, es el mayor respecto a cualquiera de los otros ángulos, tal como se puede observar en la Tabla II.

TABLA II

CLASIFICACIÓN DE LAS PIRÁMIDES POR EL ÁNGULO DE INCLINACIÓN DE SUS CARAS

Ángulo	60°	57°	56°	55°	54°	53°7'48"	51°50'	50°	49°	43°	Total
Nº de pirámides	1	1	2	1	2 (*)	8	4	1	2	2	24
%	4,1 %	4,1 %	8,2 %	4,1%	8,2%	33,3 %	16,6%	4,1 %	8,2 %	8,2 %	100 %

(*) Se incluye en este grupo, la pirámide romboidal o de doble pendiente de Snofru, por la pendiente de su parte inferior.

⁹ Puesto que uno de los ángulos es recto (el formado con la base de la pirámide y su altura) y que los tres ángulos interiores de cualquier triángulo suman 180°, el ángulo restante será de $36^{\circ}52'11''$, por tanto, es un «Triángulo Sagrado».

¹⁰ Sobre medidas y ángulos de inclinación de caras de las pirámides y nombres de las mismas, vease por ejemplo: PARRA ORTIZ, J. M.: *Historia de las pirámides de Egipto*. Madrid. Editorial Complutense, 1997. J. Baines, J. Malek. *Dioses, Templos y Faraones*. Ediciones Folio S.A./Ediciones del Prado. 1992. A. Siliotti. *Guía de las pirámides de Egipto*. Ediciones Folio. 1998.

En concreto, las pirámides que inicialmente se pueden considerar como construidas a base de triángulos sagrados, puesto que presentan el ángulo de inclinación de $53^{\circ} 07' 48''$, son las siguientes:

- Khaefre (Kefrén) en Giza. IV Dinastía.
- Userkaf en Sakkara. V Dinastía.
- Neferirkare en Abusir. V Dinastía.
- Djedkare (Izezi) en Sakkara. V Dinastía.
- Teti en Sakkara. VI Dinastía.
- Pepi I en Sakkara. VI Dinastía.
- Merenre en Sakkara. VI Dinastía.
- Pepi II en Sakkara. VI Dinastía.

Posiblemente, alguna pirámide de los grupos de 54° o de $51^{\circ} 50'$ se podría incluir aquí, pero debido al estado en que se encuentran es difícil determinar sus medidas y ángulos con exactitud.

Como podemos observar, todas estas pirámides pertenecen al Imperio Antiguo (IV-VI Dinastía), tienen dimensiones muy parecidas (casi 80 m. de lado y unos 52 m. de altura), y se localizan en Sakkara, con las excepciones de Kefrén, en Giza (215 m. de lado), y la de Neferirkare, en Abusir (104 m de lado).

Por tanto, podríamos decir, que respecto a la variedad de ángulos de inclinación de las caras de las pirámides, el de $53^{\circ} 07' 48''$ era el preferido. Por ello merece una atención especial, pues como se ha comentado anteriormente, es posible que a los triángulos sagrados se les atribuyeran propiedades mágicas o estéticas; de hecho, en los nombres de algunas de estas pirámides aparece el símbolo 𓆎 que significa hermosa o bella (10) (ver Tabla I).

Respecto a los pocos documentos que se conservan sobre matemáticas del antiguo Egipto merece la pena hacer mención al papiro matemático de Rhind (RMP), pues es el único en el que se encuentran problemas referentes a la inclinación de las caras de pirámides lisas. En concreto, los problemas nº 56, 57, 58 y 59, hacen referencia a pirámides de caras lisas en los que se pide calcular el «seked» (inclinación de las caras de la pirámide) a partir de las dimensiones de la pirámide, o viceversa, sabiendo el «seked» y una de sus dimensiones (por ejemplo, el lado), calcular la otra dimensión (altura).

Con los datos de estos problemas podemos calcular el ángulo de inclinación de las caras de las pirámides. De esta manera se obtiene la Tabla III¹¹.

¹¹ RICHARD J. GILLINGS: «*Mathematics in the time of the pharaohs*». 1972. Chapter 17: «Pyramids and Truncated pyramids». p. 187. Hay que hacer constar que el capítulo también menciona el problema nº 60 del papiro matemático Rhind (RMP 60) y el n1 14 del papiro matemático de Moscú (MMP 14), pero los ángulos que se obtienen de ellos son respectivamente $75^{\circ} 58'$ y $80^{\circ} 34'$, propios de pirámides truncadas o escalonadas y no de pirámides de caras lisas como estamos considerando.

Como podemos observar en ella, en tres de los cuatro problemas conocidos sobre pirámides también utilizaban la pendiente propia del diseño con triángulos sagrados.

TABLA III
 ÁNGULOS DE LAS PIRÁMIDES DEL PAPIRO DE RHIND

PROBLEMA	ÁNGULO
RMP 56	54° 14'
RMP 57	53° 8'
RMP 58	53° 8'
RMP 59	53° 8'

En las pirámides construidas así, es fácil demostrar que el lado de las mismas es una vez y media su altura, o lo que es lo mismo: «la altura de la pirámide es 2/3 de la longitud del lado de la misma».

En efecto (Ver Figura 2):

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{4}{3} = \frac{h}{s/2}$$

Siendo «α» el ángulo de inclinación de las caras, «h» la altura y «s» el lado de la pirámide.



Despejando h de la ecuación, queda:

$$h = \frac{2}{3}s$$

Por tanto, para conocer «a priori» la altura de una pirámide a partir de un valor determinado del lado de la misma, únicamente tendríamos que multiplicar dicho valor por 2/3.

Recordemos que los antiguos escribas egipcios únicamente utilizaban para sus cálculos fracciones unitarias, es decir, de numerador 1, con excepción de las fracciones 2/3 y 3/4.

Son de sobra conocidos los ejemplos de multiplicaciones con la fracción 2/3, aunque sin embargo, para el caso de la fracción 3/4 no sean tan claras las evidencias¹².

Para representar las fracciones unitarias en jeroglífico, los escribas colocaban el símbolo de la letra «r» (jeroglífico de una boca abierta ) en la parte superior al número correspondiente al denominador. En cambio la fracción 2/3 tenía un símbolo especial .

¹² RICHARD J. GILLINGS: «Mathematics in the time of the pharaohs», 1972. pp. 20-38.

EL DISEÑO DE PIRÁMIDES BASADAS EN EL TRIÁNGULO SAGRADO EGIPCIO

Para el estudio de las matemáticas egipcias, en nuestra notación actual, las fracciones unitarias se representan escribiendo el numero del denominador y colocandole una raya en su parte superior para indicar que se trata de una fracción unitaria y para representar la fracción 2/3 se colocan dos rayas, por ejemplo:

$$\begin{aligned} 1/5 &= \overline{5} \\ 1/3 &= \overline{\overline{3}} \\ 2/3 &= \overline{\overline{\overline{3}}} \end{aligned}$$

Teniendo todo esto en cuenta, veamos un ejemplo) Cual sería la altura de una pirámide construida a base de triángulos sagrados cuyo lado mide 100 codos?

Bastará multiplicar 100 por 2/3:

	1	1	$\overline{3}$
	2	1	$\overline{\overline{3}}$
	4 *	2	$\overline{\overline{\overline{3}}}$ *
	8	5	$\overline{\overline{\overline{\overline{3}}}}$
	16	10	$\overline{\overline{\overline{\overline{\overline{3}}}}}$
	32 *	21	$\overline{\overline{\overline{\overline{\overline{\overline{3}}}}}}$ *
	64 *	42	$\overline{\overline{\overline{\overline{\overline{\overline{\overline{3}}}}}}}$ *
Total	100	66	$\overline{\overline{\overline{\overline{\overline{\overline{\overline{3}}}}}}}$

El resultado $5 \overline{\overline{\overline{\overline{\overline{3}}}}}$ de la cuarta fila se obtiene de duplicar el valor anterior de la siguiente manera:

$$(2 \overline{\overline{\overline{3}}}) (x2) = 4 (1 \overline{\overline{\overline{3}}}) = 5 \overline{\overline{\overline{\overline{3}}}}$$

De la misma forma, el resultado $21 \overline{\overline{\overline{\overline{\overline{\overline{3}}}}}}$ de la sexta fila se obtiene de duplicar el valor de la fila anterior:

$$(10 \overline{\overline{\overline{\overline{3}}}}) (x2) = 20 (1 \overline{\overline{\overline{\overline{3}}}}) = 21 \overline{\overline{\overline{\overline{\overline{\overline{3}}}}}}$$

El valor total final es la suma de los resultados marcados:

$$\begin{aligned} (2 \overline{\overline{\overline{3}}}) (21 \overline{\overline{\overline{\overline{\overline{\overline{3}}}}}}) (42 \overline{\overline{\overline{\overline{\overline{\overline{\overline{3}}}}}}}) &= 65 \overline{\overline{\overline{\overline{\overline{\overline{\overline{\overline{3}}}}}}}} \overline{\overline{\overline{\overline{\overline{\overline{\overline{3}}}}}}}} \\ &= 65 \overline{\overline{\overline{\overline{\overline{\overline{\overline{\overline{\overline{3}}}}}}}}} \\ &= 66 \overline{\overline{\overline{\overline{\overline{\overline{\overline{\overline{\overline{3}}}}}}}}} \end{aligned}$$

Por tanto, para los antiguos escribas los cálculos para el diseño de pirámides podrían resultar más sencillos de lo que en un principio podríamos suponer.

Otra de las aplicaciones de todo lo expuesto anteriormente, se encuentra a la hora de cortar los bloques del revestimiento de las pirámides. Para darles la incli-

nación deseada, bastaría con multiplicar el valor de la altura del bloque por la fracción 3/4, tal como se explica en la Figura 3.

Esta operación, al igual que la anterior, también era fácil de realizar, y esto podría suponer una prueba de la utilización de la fracción 3/4.

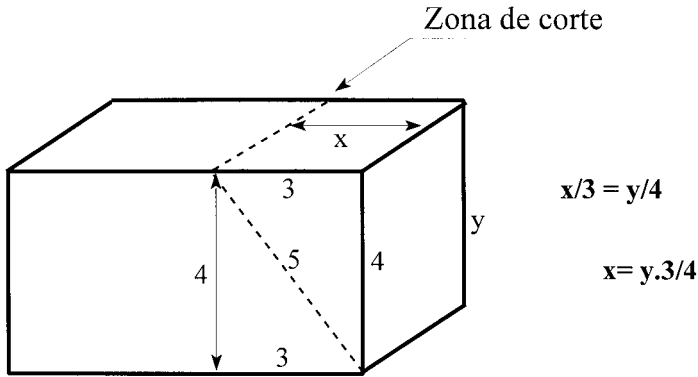


Figura 3. Corte de un bloque de revestimiento (Dibujo del autor)

Como ejemplo, si tenemos un bloque paralepipedico de piedra de 14 palmos de altura, para utilizar como revestimiento de una pirámide ¿A que distancia de su cara superior se debe empezar a cortar para darle la inclinación de 53° 07' 48»?

No hay mas que multiplicar 14 por 3/4:

	1	3/4
	2 *	1 $\bar{2}$ *
	4 *	3 *
	8 *	6 *
	14	10 $\bar{2}$
Total	14	10 $\bar{2}$

Por ultimo, otra aplicación es el calculo del desplazamiento horizontal de los bloques (no de revestimiento) respecto a los bloques exteriores de la hilada inmediatamente inferior, para que el cuerpo de la pirámide fuese alcanzando la inclinación de 53° 07' 48" propia de los triángulos sagrados. Al igual que en el caso anterior, basta multiplicar la altura del bloque de la hilada superior por 3/4, tal como se detalla en la Figura 4.

Con todo ello, lo mas probable es que para las multiplicaciones por 2/3 o 3/4 existiesen tablas, similares a las presentadas anteriormente, con objeto de facilitar los cálculos.

Por otro lado, en una pirámide construida con «Triángulos Sagrados», el cálculo de su Apotema (lado mayor o hipotenusa del triángulo 3-4-5) es sencillo, pues es fácil demostrar que: «El apotema es igual a la semisuma del lado y la altura de la pirámide»¹³, es decir:

$$A = \frac{h + s}{2}$$

De esta manera se simplifican mucho los cálculos para el diseño de pirámides. Recordemos que el apotema para el resto de las pirámides se calcularía, aplicando el teorema de Pitágoras, con la siguiente expresión:

$$A = \sqrt{h^2 + \left(\frac{s}{2}\right)^2}$$

La primera y mayor de las pirámides construidas en base al triángulo 3-4-5 fue la pirámide de Kefrén. Según Stadelmann, sus dimensiones son 215,25 m de lado y 143,5 m de altura¹⁴, las cuales expresadas en codos son 414 y 276 respectivamente (1 codo es igual a 0,52 m). Si aplicamos estas ecuaciones para calcular el valor de su apotema, expresado en codos, tenemos:

$$A = \frac{h + s}{2} = \frac{276 + 414}{2} = 345$$

o bien con la otra expresión mas complicada:

$$A = \sqrt{h^2 + \left(\frac{s}{2}\right)^2} = \sqrt{276^2 + \left(\frac{414}{2}\right)^2} = 345$$

Resultado que, curiosamente, nos da los números básicos de los triángulos sagrados 3-4-5.

Para finalizar, añadir que en el propio complejo funerario de Kefrén se encuentran (al igual que en otros complejos) otras construcciones en las que se emplean los triángulos 3-4-5, como son el templo bajo, el templo alto o el templo de la esfinge (2), además de la cámara funeraria principal de la propia pirámide, diseñada también a base del triángulo 3-4-5, pues tiene un techo a dos aguas con la misma inclinación que las caras de la pirámide¹⁵.

¹³ Resulta de aplicar la ecuación $a=b+c/2$, donde «a» es el Apotema «A», «b» es la mitad del lado de la pirámide «s/2» y «c» es la altura de la pirámide «h», por tanto:

$$A = \frac{s}{2} + \frac{h}{2} = \frac{s + h}{2}$$

¹⁴ STADELMAN, R.: *Der Ägyptische Pyramiden*, Mainzund Rhein: Philipp Von Zabern, 1997, p. 133.

¹⁵ PARRA ORTIZ, J. M.: *Historia de las pirámides de Egipto*. 1997 p. 216.

Por último, añadir el descubrimiento de U. Hölscher de la única pirámide subsidiaria de este complejo funerario, de 21 m de lado, construida con caliza local y que originalmente tuvo una pendiente de $53^{\circ 16}$.

Por tanto, podemos concluir que la inclinación de $53^{\circ} 07' 48''$ de las caras de las pirámides fue la más utilizada y que el uso de los triángulos 3-4-5 en las construcciones egipcias, no solo pudo deberse a motivos estéticos o incluso religiosos, sino a que facilitaba los cálculos, tanto previos como en el momento de ejecución de las obras.

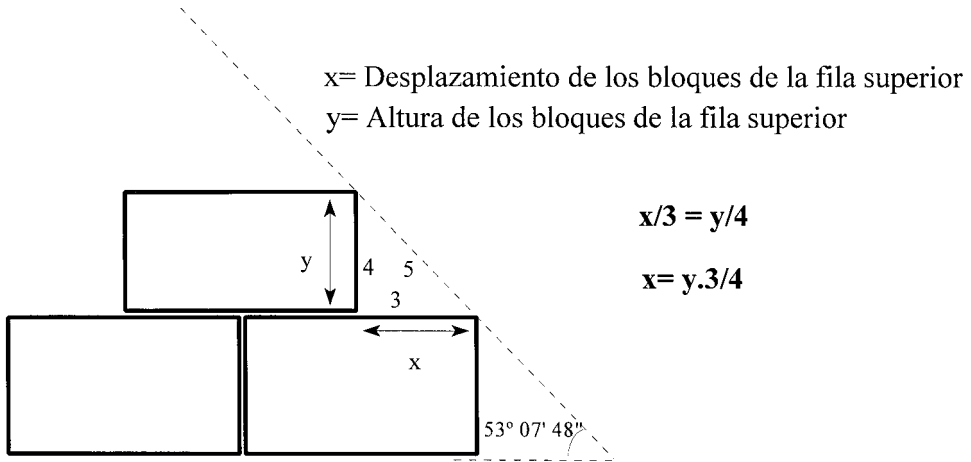


Figura 4. Desplazamiento de los bloques de hiladas superiores (Dibujo del autor)

¹⁶ PARRA ORTIZ, J. M.: *Historia de las pirámides de Egipto*. 1997 p. 218.

EL DISEÑO DE PIRÁMIDES BASADAS EN EL TRIÁNGULO SAGRADO EGIPCIO

TABLA I
PIRAMIDES REALES DE CARAS LISAS DE EGIPTO¹⁷

DINASTÍA	PIRÁMIDE	Lado (m)	Altura (m)	SITUACIÓN	Ángulo	Nombre de la pirámide
III y IV	Huni & Snofru	147	93,5	MAIDUM	51° 50' 35"	<i>DESCONOCIDO</i>
IV	Snofru	220	104	DAHSHUR	43° 22'	La pirámide brillante
	Snofru	183,5	105	DAHSHUR	54° 27'44" 43° 22'	La brillante pirámide meridional
	Khufu (Keops)	230	146,59	GIZEH	51° 50' 35"	La pirámide que es el lugar de salida y puesta del sol
	Radjedef (Djedefre)	104,5		ABU RAWASH	60°	La pirámide que es la estrella Schedu
	Khaefre (Kefrén)	214,5	143.5	GIZEH	53° 7' 48"	La gran pirámide
	Menkaure (Micerinos)	105	65,5	GIZEH	51° 20' 25"	La pirámide divina
V	Userkaf	73.5	49	SAQQARA	53° 7' 48"	La pirámide que es pura de lugares
	Sahure	78,5	51,5	ABUSIR	50° 11' 40"	La pirámide en que se alza el espíritu ba
	Neferirkare	105	70	ABUSIR	53° 7' 48"	La pirámide del espíritu ba
	Neuserre	81	51,5	ABUSIR	51° 50' 35"	La pirámide que es reputada de lugares
	Izezi (Djedkare)	78,5	52.5	SAQQARA	53° 7' 48"	La pirámide bella
	Wenis (Unas)	57,5	43	SAQQARA	56° 18' 35"	La pirámide que es hermosa de lugares
VI	Teti	78,5	52.5	SAQQARA	53° 7' 48"	La pirámide que soporta lugares
	Pepi I	78,5	52.5	SAQQARA	53° 7' 48"	La pirámide asentada y bella
	Merenre	78,5	52.5	SAQQARA	53° 7' 48"	La pirámide brillante y bella
	Pepi II	78,5	52.5	SAQQARA	53° 7' 48"	La pirámide establecida y viviente
XII	Amenemhet I	78,5	55	eL-LISHT	54° 27' 44"	<i>VARIOS NOMBRES</i>
	Senwosret I	105	61	eL-LISHT	49°	La pirámide que domina los dos países
	Senwosret II	106	48	eL-LAHUN	42° 35'	La pirámide brillante
	Senwosret III	105	78.5	DAHSHUR	56° 18' 35"	<i>DESCONOCIDO</i>
	Amenemhet III	105	81.5	DAHSHUR	57° 17' 50"	<i>DESCONOCIDO</i>
	Amenemhet III	100	58	HAWARA	48° 45'	<i>DESCONOCIDO</i>
XIII	Khendjer	52,5	37	SAQQARA	55°	<i>DESCONOCIDO</i>

¹⁷ Datos tomados de J. Baines, J. Malek. *Dioses, Templos y Faraones*. Ediciones Folio S.A./Ediciones del Prado. 1992.