BAEDE, *Boletín de la Asociación Española de Egiptología*,
núm. 22, 2013, págs. 175-198, ISSN: 1331-6780

ANALISIS DE LA METODOLOGÍA DE LOS ANTIGUOS EGIPCIOS PARA EL CÁLCULO DEL ÁREA DE UN CÍRCULO, SU RELACIÓN CON EL NÚMERO π Y SU PRESENCIA EN ALGUNAS PIRÁMIDES

ALFONSO MARTÍNEZ ORTEGA
Falta poner el lugar de trabajo

RESUMEN:

Los antiguos escribas egipcios realizaron cálculos de áreas de círculos y volúmenes de cilindros con bastante precisión. Los resultados obtenidos con su metodología equivalen a utilizar un valor para el número π **(pi)** de 3,16049… Ello supone un error de tan solo 0,60 %[1].

Este artículo trata de analizar la metodología utilizada por los antiguos escribas egipcios para obtener el área del círculo, estudiar cómo llegaron a esa precisión, discutir el posible conocimiento que pudieron tener del número π y finalmente analizar la presencia del mismo en algunas de las pirámides y exponer una explicación a ello.

Las hipótesis planteadas se basan en que los antiguos escribas utilizaron métodos gráficos para desarrollar sus procedimientos de cálculo. Con respecto a la presencia de π en algunas pirámides, se intentará demostrar que es un hecho casual y que proviene de la evolución de las formas de las pirámides, desde la construcción de las primeras pirámides escalonadas hasta las primeras pirámides verdaderas de caras lisas.

PALABRAS CLAVE:

Número π, matemáticas egipcias, área de un círculo, fracciones unitarias egipcias, pirámides, seked, arquitectura.

---

1 El error se ha calculado según la siguiente ecuación: $E = \frac{|V_R - V_A|}{V_R} x100$ siendo V_R el valor real y V_A el valor aproximado.

SUMMARY:

Ancient Egyptian scribes made calculations of areas of circles and volumes of cylinders quite accurately. The results obtained with their methodology are equivalent to use a value for the number π (pi) of 3,16049... This represents an error of only 0,60 %.

The purpose of this paper is to analyze the methodology used by the ancient Egyptian scribes to get the area of the circle, study how they got that precision, discuss the possible knowledge they could have of the number π and finally analyze and explain its presence in several pyramids.

The theoretical framework used here supposes that the ancient scribes used drawings to develop their calculation procedures. We will try to demonstrate that the presence of π in several pyramids is fortuitous and to show it is the result of the changes in the form of these monuments, from the first step pyramid to the first true pyramid.

KEY WORDS:

Number π, Egyptian mathematics, area of a circle, Egyptian unit fractions, pyramids, seked, architecture.

EL NÚMERO π

El número π es una constante matemática cuyo valor es igual a la relación existente entre la longitud de una circunferencia y su diámetro. Se trata de un número trascendental[2], no puede expresarse como el cociente de una fracción exacta, ni en forma de raíz, ni como combinación de las cuatro operaciones aritméticas básicas. Es un número decimal. No es periódico, no se repiten sus decimales ni por grupos ni individualmente.

Arquímedes (287 a.C.), uno de los mayores contribuyentes a las matemáticas en los primeros tiempos de la historia, lo calculó con 3 decimales exactos. A partir de este momento las aproximaciones al número π fueron ganando en exactitud, y en la actualidad, con la ayuda de los ordenadores, se han llegado a calcular hasta varios billones de dígitos. Y no existe ninguna repetición periódica de los mismos.

Su valor numérico, con diez decimales, es el siguiente: $\pi=3,1415926535$...

En la siguiente tabla[3] podemos observar la aproximación que tenían sobre este número[4] algunos de los pueblos de la antigüedad, deducidos de los procedimientos que utilizaban.

---

[2] Un número trascendental es aquel que no puede ser raíz de una ecuación algebraica, con coeficientes racionales. Así por ejemplo $\sqrt{2}$ es un número irracional, pero no trascendental, pues puede expresarse como la raíz de una ecuación: $x^2 -2=0$.

[3] POSAMENTIER, A. LEHMANN, I. *La proporción trascendental. Historia de π, el número más misterioso del mundo*. Barcelona. Ariel, 2006.

[4] No significa que conocieran el número π, (salvo Arquímedes), se deduce de los métodos que utilizaban para calcular el área de un círculo, la longitud de su circunferencia o viceversa.

Tabla 1

Civilización o autor	Año	Nº decimales exactos con π	Valor utilizado
Babilonia	2000 ? a.C.	1	3,125
Egipto	2000 ? a.C.	1	3,16045
China	1200 ? a.C.	0	3
Biblia (Reyes 1: 7-23)[5]	550 ? a.C.	0	3
Arquímedes	250 ? a.C.	3	3,1418

METODOLOGÍA EGIPCIA PARA EL CÁLCULO DEL ÁREA DEL CÍRCULO

La metodología que utilizaron los antiguos escribas egipcios se basaba en suponer que un círculo tiene aproximadamente la misma área que un cuadrado cuyo lado es igual al diámetro del círculo menos 1/9 del mismo. Así en el papiro matemático de Rhind (PMR 50), el escriba egipcio Ahmes calcula el área de un círculo de 9 khet de diámetro como la de un cuadrado cuyo lado es 8 khet.

Ahmes lo resuelve así: *Resta al diámetro1/9 del mismo, que es 1. La diferencia es 8. Ahora multiplica 8 veces 8, que es 64, que es el área del círculo.*

Por tanto, el procedimiento consiste en 3 pasos:

1) Calcular 1/9 del diámetro del círculo
2) Restar al diámetro el resultado anterior
3) Elevarlo al cuadrado. Esa es la superficie del círculo.

Es lógico pensar que intentaran asimilar el área del círculo al área de otra figura cuyo cálculo fuese más fácil y conocido. En este caso es el cuadrado. Lo difícil es conseguir una aproximación tan grande como lo hicieron. Gráficamente se puede representar este proceso en la Figura 1, donde se puede observar un círculo de 9 unidades de diámetro superpuesto con un cuadrado de 8 unidades de lado. Visualmente se puede observar que ambas áreas son aproximadamente iguales, ya que la superficie de las esquinas del cuadrado (en color más oscuro) que no forman parte del círculo es aproximadamente igual que la de los segmentos circulares (en color más claro) que sobresalen del cuadrado que sí forman parte del círculo, con lo cual unas áreas se compensan con otras.

[5] Según un estudio (POSAMENTIER, A. GORDON, N. «An astounding Revelation on the History of π», Mathematics Teacher, 77, nº 1, 1984) podría haber un valor «oculto» en los pasajes de la Biblia (Antiguo Testamento) que arrojan para π el valor de 3,1416. Véase también: POSAMENTIER, A. LEHMANN, I. *La proporción trascendental. Historia de π, el número más misterioso del mundo*. Barcelona. Ariel, 2006. p. 25-27.

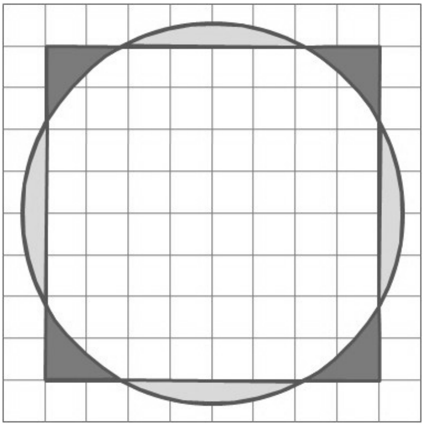


Fig. 1. Comparación de las áreas de un círculo y un cuadrado cuyo lado es igual al diámetro del círculo menos 1/9 del mismo. (Dibujo del autor).

Es probable que, mediante diagramas de este tipo, los antiguos escribas decidieran la metodología anteriormente expuesta.

Sin embargo, cabe la pregunta ¿por qué restaron 1/9 del diámetro, y no un 1/8 o 1/10, u otra fracción?

Si analizamos este procedimiento desde la óptica actual, podemos comprobar que el método egipcio se puede resumir multiplicando una determinada cantidad constante, por el cuadrado del diámetro:

$$S = (d - \frac{1}{9}d)^2 = (\frac{8}{9}d)^2 = \frac{64}{81}d^2 \qquad \text{(Ecuación 1)}$$

Siendo *S* la superficie del círculo y *d* su diámetro.

Esta ecuación expresada en función del radio *r* sería:

$$S = (d - \frac{1}{9}d)^2 = (\frac{8}{9}d)^2 = (\frac{8}{9}2r)^2 = \frac{256}{81}r^2 \qquad \text{(Ecuación 2)}$$

De esta ecuación se puede deducir, por comparación con la conocida formula del área de un círculo, (S=πr^2) que el método utilizado por los egipcios equivale a considerar π como un número racional de valor:

$$\pi \approx \frac{256}{81} = 3{,}1604 \qquad \text{(Ecuación 3)}$$

BAEDE, nº 22, 2013, 175-198, ISSN: 1331-6780

En definitiva, multiplicando el cuadrado del radio por el valor constante 256/81 (Ecuación 2) o bien el cuadrado del diámetro por 64/81 (Ecuación 1), obtendremos el mismo valor para el área del círculo que obtendrían los antiguos escribas.

De nuevo surge otra pregunta ¿eran conscientes los antiguos egipcios de que el cálculo del área de un círculo consistía en la multiplicación del cuadro del diámetro (o del radio) por una cantidad constante? Sí la respuesta fuese afirmativa se puede decir que los antiguos matemáticos egipcios conocían el número π con la aproximación[6] indicada en la ecuación 3. A lo largo de este artículo se intentará dar alguna respuesta a este tipo de preguntas.

En primer lugar vamos a analizar por qué utilizaron esta metodología en la cual restaban 1/9 del diámetro y no otra fracción.

Es de sobra conocido que los antiguos escribas solo utilizaban fracciones unitarias, es decir cuyo numerador es la unidad[7], por tanto parece lógico suponer que de haber utilizado otra fracción, ésta debería ser la que tuviese un valor próximo a 1/9 ya que en caso de ser muy diferente, el error en el cálculo del área sería muy grande. Como ejemplo, vamos a aplicar el mismo procedimiento utilizado en la ecuación 2 para las fracciones inmediatamente mayor y menor que 1/9, concretamente 1/8 y 1/10:

Para el caso de 1/8 → $S = (d - \frac{1}{8}d)^2 = (\frac{7}{8}d)^2 = (\frac{7}{8}2r)^2 = \frac{196}{64}r^2$ (Ecuación 4)

Para el caso de 1/10 → $S = (d - \frac{1}{10}d)^2 = (\frac{9}{10}d)^2 = (\frac{9}{10}2r)^2 = \frac{324}{100}r^2$ (Ecuación 5)

Cada una de estas ecuaciones corresponde a un valor para π diferente y por tanto un error diferente en el cálculo de las áreas del círculo. En la tabla 2 se presentan estos errores según se utilice una u otra fracción.

Tabla 2

Fracción utilizada	Valor de π	Error (%)
1/8	3,06250	2,51
1/9	3,16049	0,60
1/10	3,24000	3,13

[6] Hay que señalar que los egipcios no conocían los números decimales, utilizaban fracciones de numerador 1. Por tanto, no conocerían la fracción 256/81 como tal, sino como una suma de fracciones unitarias equivalente a ella.

[7] Solo existen dos excepciones: las fracciones 2/3 y 3/4.

Como se puede observar el valor de π más aproximado al real es cuando se utiliza la fracción 1/9 y el error cometido en los cálculos es mucho más pequeño que en los otros casos.

Para hacernos una idea de cómo los antiguos egipcios llegaron a esta conclusión, en la figura 2 se presentan tres gráficos similares al de la figura 1. En ella podemos observar 3 comparativas (A, B y C) de círculos y cuadrados. En los 3 casos el tamaño de los círculos es igual, sin embargo el tamaño de los cuadrados (superpuestos con los círculos) va creciendo ligeramente y los cuadraditos en los que están divididas cada una de las figuras, van haciéndose más pequeños.

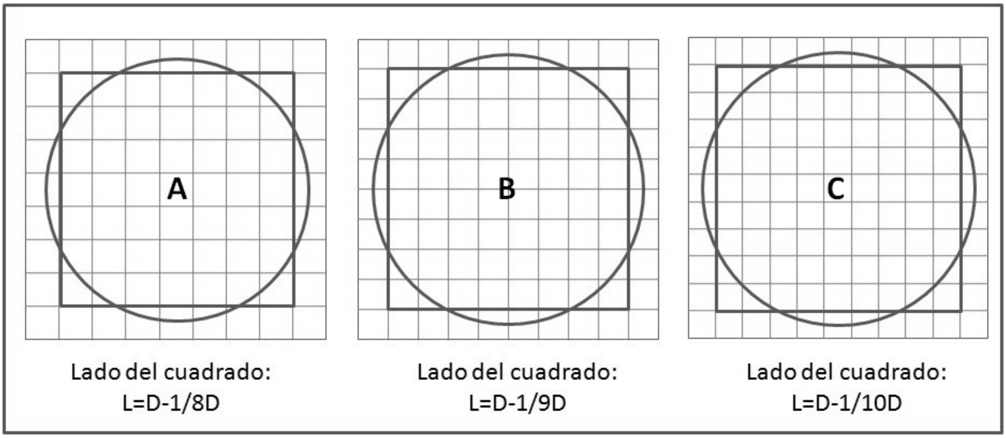


Fig. 2. Comparación de las áreas de un círculo y un cuadrado cuyo lado es igual al diámetro del círculo menos 1/8, 1/9 y 1/10 respectivamente del mismo. (Dibujo del autor).

El cuadrado del gráfico A tiene por lado el diámetro del círculo menos 1/8 del mismo, lo mismo ocurre en los gráficos B y C, pero en estos casos se ha restado 1/9 y 1/10 respectivamente del diámetro del círculo. Examinando cuidadosamente cada uno de ellos podemos ver que en el segundo gráfico (B) es donde mejor coinciden las áreas del círculo y cuadrado. No es descabellado pensar que comparando las áreas que sobresalen del círculo y cuadrado de esta manera gráfica u otra similar (incluso dibujándolo en papiro y comparar las superficies recortándolas) los antiguos escribas llegaran a elaborar su metodología para el cálculo del área del círculo, comprobando que el menor error se cometía en el caso B.

Evidentemente, el error de este método puede disminuirse más si la fracción del diámetro que se resta al mismo estuviese comprendida entre las anteriores, pero el error cometido para poder confirmarlo de una manera gráfica no permitiría decidirse por una u otra. Además, como solo utilizaban fracciones unitarias, dicha fracción intermedia sería una suma de fracciones unitarias, lo cual complicaría los cálculos y les haría decidirse por 1/9, pues la aproximación conseguida con ella era bastante buena y suficiente para solucionar los problemas de su vida cotidiana.

¿CONOCIAN EL NÚMERO π?

De acuerdo con la metodología egipcia anteriormente expuesta, no es muy probable que los antiguos escribas pudieran deducir, al menos directamente, que el cálculo del área de un círculo es el producto de la constante 64/81 por el cuadrado del diámetro o bien 256/81 en el caso del radio (Ver ecuaciones 2 y 3).

Desconocemos si los escribas eran conscientes de ello. En caso de que lo hubiesen sido se podría decir que conocieron el número π con la aproximación 256/81 o bien la aproximación a π/4 como resultado de la fracción 64/81.

Sin embargo, como se ha comentado anteriormente solo utilizaban fracciones unitarias y por tanto nunca hubiesen trabajado con las fracciones anteriores, y según sus métodos, éstas habrían resultado una suma de fracciones unitarias.

Es de suponer que esas fracciones las habrían obtenido de acuerdo a su procedimiento, es decir, del cuadrado de la resta (1-1/9). Tal como realizaban sus operaciones, realizar estas restas y a continuación su cuadrado, para llegar a una suma de fracciones unitarias, resulta complejo. No es probable que lo realizaran, no tenía sentido para sus cálculos. A continuación vamos a intentar hallar el resultado según los métodos que creemos que pudieron haber utilizado.

El primer paso es hallar la resta de la unidad menos 1/9, para ello aplicamos el método de Hultsch-Bruins[8] que consiste en calcular la mitad de la fracción (o la tercera parte, etc.) e ir trabajando con la parte restante hasta conseguir fracciones unitarias. Apliquémoslo en nuestro caso:

$$1-\frac{1}{9}=\frac{8}{9} \quad \rightarrow \quad \frac{8}{9}-\frac{1}{2}=\frac{7}{18}=\frac{6+1}{18}=\frac{6}{18}+\frac{1}{18}=\frac{1}{3}+\frac{1}{18}$$

Por tanto:

$$\frac{8}{9}=\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{18} \qquad \text{(Ecuación 6)}$$

Este procedimiento, tal como se ha realizado, particularmente no creo que haya sido el utilizado por los antiguos egipcios, pero sí pudieron haber hecho lo mismo de una manera gráfica que se puede comprender mucho mejor (Ver figura 3). Se trata de restar 1/9 a la unidad. Si la unidad son los 9 cuadritos de la figura, restarle 1/9 supone eliminar un cuadradito, por tanto el resultado son 8 cuadraditos. Ahora hay que saber qué proporción de la unidad (de los 9) son esos 8 cuadraditos.

[8] Fue aplicado a las fracciones 2/n. El método proviene del llamado algoritmo «greedy» y fue aplicado en el año 1202 por Leonardo de Pisa, más conocido como Fibonacci, en el capítulo 7 de su histórico libro *Liber Abaci* para convertir una fracción en suma de fracciones unitarias.

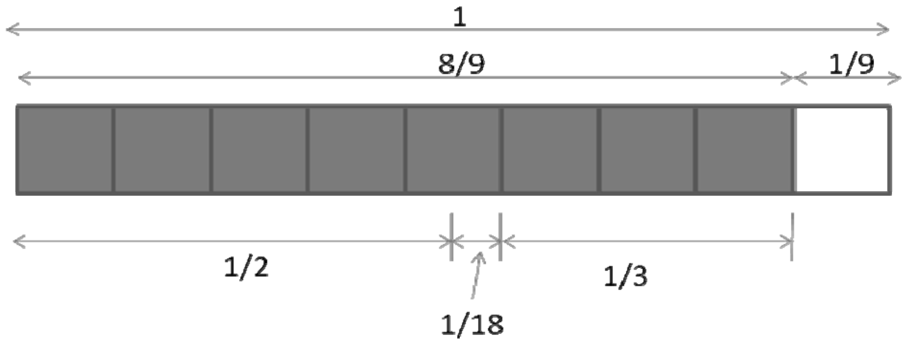


Fig. 3. Cálculo gráfico de la resta 1 – 1/9. (Dibujo del autor).

La mitad de la figura son 4 cuadraditos y medio, por tanto equivale a ½, un cuadradito es 1/9, por tanto medio será 1/18 y finalmente los 3 cuadraditos restantes equivalen a 3/9, es decir 1/3 de la figura. De esta manera se confirma gráficamente la ecuación 6.

De acuerdo a este método, también se pueden deducir otras descomposiciones, por ejemplo la indicada en la figura 4.

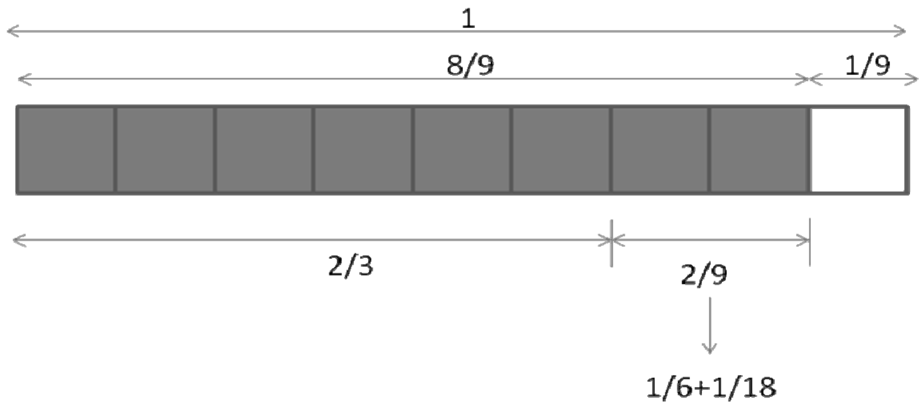


Fig. 4. Cálculo gráfico de la resta 1 – 1/9. (Dibujo del autor).

En este caso: $$\frac{8}{9}=\frac{2}{3}+\frac{2}{9}=\frac{2}{3}+\frac{1}{6}+\frac{1}{18}$$ (Ecuación 7)[9]

[9] De acuerdo con la tabla del recto del papiro matemático de Rhind, 2/9=1/6+1/18

Ahora, solo falta elevar esta suma de fracciones unitarias al cuadrado. Hagámoslo según su procedimiento de multiplicación (o potenciación). Así en el caso de la ecuación 6, el cálculo de su cuadrado será:

1	1/2+1/3+1/18	
1/2	1/4+1/6+1/36	*
1/3	1/6+1/9+1/54	*
1/18	1/36+1/54+1/324	*
1/2+1/3+1/18	**1/3+1/4+1/9+1/18+1/27+1/324**	

Por tanto, el cuadrado de 1/2+1/3+1/18 es 1/3+1/4+1/9+1/18+1/27+1/324.

Y en el caso de 2/3+1/6+1/18 (ecuación 7), se obtiene: 2/3+1/18+1/27+1/36+1/324.

Obtenemos una suma de 6 términos en un caso y de 5 en el otro, lo cual complicaría los siguientes cálculos para determinar la superficie de un círculo. Son poco prácticos para utilizarlos de manera general y no tenían necesidad de complicar más su método de cálculo.

Pero éstas no son las únicas posibilidades de descomposición. Hay descomposiciones con menos términos, pero los procedimientos para encontrarlas, en general, son más complicados[10].

Lo ideal sería encontrar una descomposición de dos términos, para cualquiera de las dos fracciones (64/81 ó 256/81), y a ser posible con denominadores pares, más fácil de operar con ella[11]. Pero tal descomposición no existe. Como veremos solo pueden descomponerse en fracciones de tres o más términos.

Aplicando una herramienta informática, se han calculado todas las posibilidades de descomposición existentes de ambas fracciones. En el anexo 1 de este artículo se presentan los resultados obtenidos.

En el caso de descomposición de tres términos, los únicos casos en que aparecen denominadores pares, aparece también un término impar y además la fracción 3/4. Lo cual no significa que no pudieran operar con ellos, sino que dificultaría la operación, lo que nos lleva a pensar que, en el hipotético caso de que conociesen estas descomposiciones de tres términos, no les resultaba práctico utilizarlas.

Algo similar ocurre cuando se trata de descomposiciones de cuatro términos. Se puede observar que en algunos casos muy concretos todos los denominadores son pares, lo cual podría de alguna manera facilitar las operaciones, pero siempre alguno de ellos es un número grande, más difícil de operar con él.

---

[10] Es fácil deducir una descomposición de tres términos (suma de tres fracciones unitarias) para 256/81. Veámoslo: 256/81=3+13/81=3+(9+3+1)/81=3 + 9/81 + 3/81 + 1/81 = 3 + 1/9 + 1/27 + 1/81.

Pero todos los denominadores son impares, lo cual no facilita los cálculos posteriores.

[11] Debido a su método de adición-duplicación para efectuar las multiplicaciones o divisiones era más fácil operar cuando los denominadores eran pares.

Resumiendo, para responder a la pregunta sobre si conocían el número π, implica que conociesen el desarrollo en fracciones unitarias de las fracciones anteriores. Sin embargo, no se conoce ningún desarrollo de ellas y tal como se ha comentado no eran prácticas, ni simplificarían mucho los cálculos, por tanto es lógico pensar que no conocían este número. Solo cabe la posibilidad de haberlo conocido como concepto abstracto, en caso de haberse percatado de que según su procedimiento, el área del círculo era equivalente a multiplicar un valor constante por el cuadrado del diámetro. Esto lo desconocemos, pero también sabemos que los antiguos escribas egipcios eran eminentemente prácticos y en caso de haberlo sabido, simplemente lo hubiesen obviado, no era útil para sus cálculos, por tanto, es poco probable que buscaran el tipo de descomposiciones anteriormente indicado.

π EN LAS PIRÁMIDES

Es de sobra conocido que π, o un número, muy próximo a él, aparece al dividir el perímetro de la pirámide Jufu (Keops)[12] entre el doble de su altura.

Esta manera de deducir este peculiar número, no tendría ninguna importancia si no es porque se deduce de una manera similar en una esfera: longitud de la circunferencia máxima, dividida entre el diámetro o doble del radio.

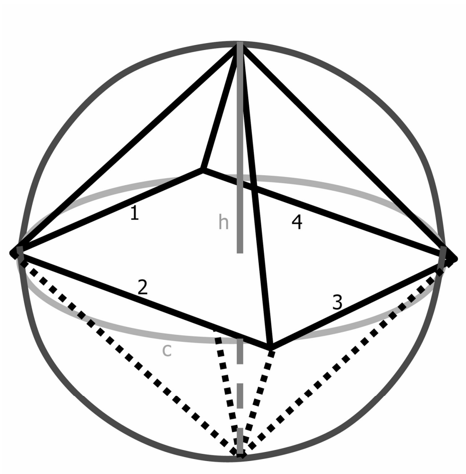


Fig. 5.

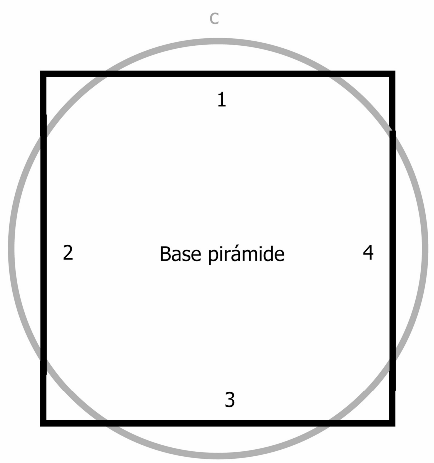


Fig. 6.

Efectivamente (Véase figuras 5 y 6), si imaginamos dos pirámides unidas por sus bases inscritas en una esfera y dividimos su perímetro (suma de sus 4 lados, equipa-

[12] Fue John Taylor en el siglo XVIII quién se percató de ello. Lo publicó en su libro *The Great Pyramid: Why was it built and who built it?,* Londres, 1864.

rable a longitud máxima de la esfera) entre el doble de su altura (doble del radio) obtenemos π. Además, la aproximación es estupenda: 3,1430, mejor todavía que la deducida anteriormente con la que resolvían la superficie del círculo.

Según las mejores mediciones realizadas, los lados de la Gran Pirámide[13] tienen: 230,383; 230,253; 230,454 y 230,391 metros (con lo que se obtiene un valor del perímetro de 921,481 m) y su altura es de 146,59 m. Por tanto:

$$\frac{921{,}481}{146{,}59x2} = 3{,}1430 \approx \pi$$

Hay que hacer notar que esto no solo es válido para la Gran Pirámide sino para cualquier otra pirámide con las mismas proporciones. O dicho de otra manera, que tengan el mismo seked[14] o ángulo de inclinación de caras[15].

Se han dado varias explicaciones posibles a este hecho. Ninguna de ellas es totalmente satisfactoria y se tiende a explicar como un hecho casual o fortuito sin explicación clara. Obviando teorías esotéricas sin ningún fundamento, posiblemente la más conocida, sin ninguna prueba a su favor, es la que afirma que para el diseño de la pirámide se utilizó un rodillo, de tal forma que el lado (o el perímetro) de la pirámide tuviese un número determinado de vueltas del mismo.

De haber sido esto cierto, para que resulte el número π, la altura de la pirámide debería haber sido diseñada con el mismo rodillo, pero en este caso se utilizaría su diámetro multiplicado por el doble del número de vueltas que se dieron para medir un lado. De esta manera, el número π estaría implícito en la construcción sin que los arquitectos se diesen cuenta de ello.

Así, suponiendo que los arquitectos pretendieran que a cada lado de la pirámide le correspondiesen, por ejemplo, 100 vueltas[16] del rodillo de diámetro *D*. La altura de diseño será, 200 veces *D*. Es decir:

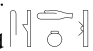
Lado: $100.\pi.D$

Altura: $200.D$

Si ahora aplicamos el enunciado inicial: perímetro de la pirámide (4 veces el lado) dividido entre el doble de la altura:

---

[13] Los datos se han tomado de PARRA ORTIZ, J.M. *Historia de las pirámides de Egipto,* Madrid. Complutense, 2008, p. 190.

[14] El seked  skd, se define como el número de palmos horizontales que corresponden a un codo de altura. Sus unidades son por tanto palmos/codo. Véase Martínez Ortega, A.: «La forma de las pirámides egipcias: el seked y la inclinación de las caras». *BAEDE* Nº 18.

[15] Hay al menos 6 pirámides reales y otras 6 pirámides de culto o de reinas y princesas, con la misma inclinación (51º 50', seked 5 ½).

[16] Nótese que el resultado final es indiferente del número de vueltas del rodillo.

$$\frac{4.100.\pi.D}{2.200.D}=\frac{400.\pi.D}{400.D}=\pi$$

Como vemos, resulta π. Sin embargo, de ser así, este procedimiento no lo aplicaron a otras pirámides (de distinta inclinación), las cuales se alternan en el tiempo a lo largo del Reino Antiguo[17].

Las pirámides más numerosas son las que tienen una inclinación de sus caras correspondientes a los seked 5 ½ y 5 ¼. Sería de suponer que aquellas de seked 5 ½, como la Gran Pirámide, se construirían con esta técnica del rodillo y el resto (construidas también en el Reino Antiguo) con otra técnica, lo cual no tiene mucho sentido. Además, no se ha encontrado ninguna prueba de que esto se hiciese así.

Como se ha tratado de demostrar, la existencia del número π en una pirámide depende únicamente de su forma, es decir de la inclinación de sus caras (o seked), por tanto es muy posible que todo ello provenga de la evolución de las técnicas de construcción de pirámides y los cambios que surgieron en la inclinación de las caras, debidas a la aparición de grietas en algunas de las cámaras de las pirámides y el temor al colapso.

Las primeras pirámides reales fueron escalonadas. Son las de la III Dinastía. Cada uno de los «escalones» se construyó en forma de talud, al igual que las mastabas, pues procedían de éstas. Los ángulos de inclinación de cada uno de sus escalones varían entre 68º y 75º, no obstante, la forma que presenta en su conjunto, es decir, con todos sus escalones, es otro ángulo mucho menor debido a la reducción del tamaño de cada una de las "mastabas" colocadas una encima de otra.

Las pirámides escalonadas reales construidas antes de la Gran Pirámide de las que conocemos sus dimensiones y forma son las de: Dyeser y Sejemjet en Saqqara, Jaba en Zawyet el-Aryam y Seneferu en Medum.

A partir de los planos de estas pirámides levantados por J. P. Lauer (para las pirámides de Dyeser, Sejemjet y Jaba) y L. Borchardt (para la piramide de Medum) se ha calculado la inclinación con su conjunto de escalones que tendría cada una de las pirámides (Ver anexo 2), es decir, la inclinación de sus caras si se convirtiesen en pirámides de caras lisas. El resultado se presenta en la tabla 3.

---

[17] Las pirámides reales construidas después de la Gran Pirámide, que conocemos y que tienen su misma inclinación son: Dyedefra en Abu Rawash, Menkaura en Giza, Sahura, Nyiserra y Jentkaus II en Abusir. Anterior a la Gran Pirámide está la pirámide de Medum. En este mismo periodo se construyeron otras con distinta inclinación como las de Jafra, Userkaf, Neferirkara, Djedkara, Teti, Pepy I, Merenra y Pepy II (todas con 53º, seked 5 ¼) y la de Unis (56º, seked 4 ¾).

BAEDE, nº 22, 2013, 175-198, ISSN: 1331-6780

Tabla 3

Pirámide	Ángulo
Dyeser[18]	48º 40’
Sejemjet	51º 48’
Jaba	47º 25’
Seneferu (Medum)	51º 44’

La pirámide de Dyeser fue la primera de las pirámides construidas, el ángulo calculado es 3º 10’ inferior al de la Gran Pirámide de Jufu, sin embargo el obtenido para las pirámides de Sejemjet y de Seneferu (en Medum) es prácticamente el mismo. Además hemos de recordar que la pirámide escalonada de Medum fue convertida en pirámide de caras lisas por Seneferu, obteniendo el mismo ángulo de inclinación de caras que el presentado en la tabla 3, lo cual corrobora los cálculos realizados.

Por otro lado, antes (o a la vez) de que esta última pirámide fuera transformada en pirámide de caras lisas, Seneferu construyó dos pirámides más. La primera fue la que hoy día es conocida como pirámide romboidal o de doble pendiente en Dashur. Se trataba del proyecto de una pirámide de caras lisas, por tanto la primera de este tipo en construirse, pero al parecer, cuando aún no llegaba a alcanzar la mitad de la altura proyectada[19], la pirámide amenazaba con desmoronarse como indicaban las grietas que se estaban produciendo en sus cámaras interiores. Así pues, Seneferu buscó varias soluciones. La primera de ellas fue disminuir bruscamente la pendiente inicial de 54º 31’ a 43º 21’ para reducir las presiones internas en las cámaras. De esta manera la pirámide se terminó de construir adquiriendo el aspecto que hoy día presenta.

Otra de las soluciones[20] fue, como ya se ha indicado, transformar la pirámide escalonada de Medum en pirámide de caras lisas, y a la vez construir una nueva pirámide, también de caras lisas en Dashur, la conocida como pirámide roja. Esta última, con muy poca pendiente, la misma que la parte superior de la romboidal, 43º, para evitar que sucediese lo mismo.

A Seneferu le sucedió su hijo Jufu, quien construyó la Gran Pirámide con casi 52º de inclinación en sus caras (concretamente 51º50’).

Resumiendo, el escenario que se presentaba en el Reino Antiguo, cuando se empezó a construir las primeras pirámides, es que tenemos una primera pirámide esca-

[18] El ángulo considerado es el valor medio obtenido entre el corte Este-Oeste (48º 51’) y el Norte-Sur (48º 30’).

[19] En función del ángulo inicial de inclinación y las dimensiones de sus lados, se ha calculado que la altura inicialmente proyectada fuese de unos 132,5 m. El cambio de inclinación se produjo cuando llevaba una altura de unos 49 m.

[20] Posiblemente estas soluciones se realizaron a la vez que se estaba terminando de construir la pirámide romboidal.

lonada (Dyeser) cuya inclinación en su conjunto era del orden de unos 48º. El siguiente constructor, Sejemjet, proyecta su pirámide con unos escalones que en conjunto presentan una inclinación de unos 52º. Su sucesor, Jaba, por algún motivo desconocido, proyecta la suya aproximadamente con la misma inclinación que Dyeser y después de éste, Seneferu construye la última pirámide real escalonada con unos 52º. Y en este momento, durante su reinado, proyecta una pirámide de caras lisas (la romboidal) con una pendiente de unos dos grados y medio mayor, que al parecer no era estable y para asegurar su estabilidad, disminuyendo bruscamente su ángulo a costa de perder altura. De igual manera, vuelve a construir una nueva pirámide gigantesca (la roja), pero esta vez, sin arriesgarse y por ello utiliza el mismo ángulo que la parte superior de la romboidal. Y finalmente, o a la vez, lo que es más interesante para esta hipótesis, utiliza una pirámide escalonada (la de Medum) que ya estaba construida[21] para convertirla en una pirámide verdadera de caras lisas, obteniendo un ángulo de inclinación de sus caras lisas de casi unos 52º, el mismo que el de la Gran Pirámide.

Ante este panorama, es lógico pensar que Jufu, evitara construir su pirámide con inclinaciones superiores a los 52º por los problemas que tuvo su padre, pero tampoco quiso construir con ángulos muy pequeños, posiblemente porque se perdía esbeltez, altura y grandiosidad y por ello se quedó con un ángulo muy próximo a los 52º que es el que se derivaba de las pirámides escalonadas que al parecer eran estables[22] y podía considerarse como seguro. A pesar de ello, aseguró la cámara sepulcral (la conocida como cámara del rey) con 5 cámaras de descarga.

Teniendo todo esto en cuenta, y por lo que hemos visto, se puede decir que el valor de π surgió de manera casual a partir de las pirámides escalonadas, en las cuales no se puede deducir el valor de π, tal como se puede hacer en la Gran Pirámide.

CONCLUSIONES

No hay ninguna evidencia clara de que los antiguos egipcios conociesen el número π. De haberlo conocido, seguramente lo habrían ignorado, no era útil para sus cálculos.

Decir que los egipcios empleaban un valor de π equivalente a 3,16 puede resultar engañoso, podría "*parecer*" que usaron ese valor[23], pero jamás apareció ese número

---

[21] Hay dudas respecto a su constructor como pirámide escalonada, podría haber sido Huny, pero los últimos descubrimientos apuntan más a su hijo Seneferu. Con respecto a convertirla en pirámide de caras lisas no existen dudas, fue Seneferu. Hay varias pruebas de ello, por ejemplo, un grafito de la XVIII dinastía encontrado en el templo alto de la pirámide de Medum atribuye el monumento a este faraón (Véase EDWARDS, I. E. S. *The pyramids of the Egypt,* 1993, p. 78 y PARRA ORTIZ, J. M. *Historia de las pirámides de Egipto,* 2008, p. 167.

[22] Merece la pena también mencionar que el hijo y sucesor de Jufu, Dyedefra, construyó su pirámide con 52º. Sin embargo, el siguiente rey en el trono, Jafra, se arriesgó con 53º, se supone que se basó en el triángulo sagrado egipcio (triángulo 3-4-5), pero también porque en este caso las cámaras de la pirámide no estaban en el propio cuerpo de la pirámide como en la de Jufu, sino a ras del suelo y por debajo de él, con lo que el riesgo de colapso era mucho menor.

[23] Se refiere a 3,16 en forma de fracciones unitarias equivalentes a 256/81.

BAEDE, nº 22, 2013, 175-198, ISSN: 1331-6780

en sus papiros y escritos. Lo correcto es decir que según los métodos que empleaban para hallar áreas de círculos o volúmenes de cilindros, "*equivale a considerar π con valor de 3,16*".

Posiblemente utilizaron métodos gráficos para desarrollar su procedimiento del cálculo del área del círculo.

El que el valor de π aparezca intrínseco en alguna de las pirámides es un hecho fortuito y posiblemente se deba al paso de convertir las pirámides escalonadas en caras lisas.

BIBLIOGRAFIA

EDWARDS, I. E. S. *The pyramids of the Egypt*. Londres. Penguin (Archaeology), 1993.

GILLINGS, R. J. *Mathematics in the time of the pharaohs*. Dover Publications, Inc. Nueva York, 1972.

LAUER, J. P. *Histoire monumentale des Pyramides d´Égypte. Les pyramides à degrés*. Institut Français d´Archéologie Orientale, 1962.

MARTÍNEZ ORTEGA, A. "La forma de las pirámides egipcias: el seked y la inclinación de las caras". Madrid. *BAEDE* Nº 18, 2008.

MARTÍNEZ ORTEGA, A. "El diseño de las pirámides basadas en el triángulo sagrado egipcio". Madrid. *BAEDE* Nº 11, 2001.

PARRA ORTIZ, J. M. *Historia de las pirámides de Egipto*. Madrid. Editorial Complutense, 2ª ed. rev. y aument., 2008.

POSAMENTIER, A., LEHMANN, I. *La proporción trascendental. Historia de π, el número más misterioso del mundo*. Barcelona. Ariel, 2006.

ROBINS, G., SHUTE C. *The Rhind mathematical papyrus*. British Museum Press. Londres, 1987.

TAYLOR, J. *The Great Pyramid: Why was it built and who built it?* Londres, Longmans Green, 1864.

VERNER M. *The Pyramids*. Nueva York, Grove Press, 2001.

ANEXO 1

DESCOMPOSICIÓN DE 64/81 Y 256/81 EN SUMA DE FRACCIONES UNITARIAS

Antes de proceder a la descomposición de estas fracciones, debemos simplificar 256/81, pues al ser el numerador mayor que el denominador nunca podrá reducirse a una suma de fracciones unitarias. De acuerdo con esto, la fracción quedará simplificada a la siguiente:

$$\frac{256}{81}=\frac{81}{81}+\frac{81}{81}+\frac{81}{81}+\frac{13}{81}=3+\frac{13}{81}$$

Por tanto, las fracciones a descomponer son 64/81 y 13/81. La primera sería la aproximación a $\pi/4$ y la segunda los decimales de π.

Es fácil comprobar matemáticamente que no existen descomposiciones en fracciones unitarias de dos términos para ninguna de las dos fracciones (64/81 y 13/81), ni siquiera aunque uno de los términos fuese 2/3 ó 3/4.

Para calcular la descomposición en fracciones unitarias[24] de tres y cuatro términos se ha utilizado un ordenador personal aplicando el programa Microsoft Office Excel 2003. No se han calculado descomposiciones con mayor número de términos por considerarlo excesivo y muy poco práctico.

El número de descomposiciones posibles obtenidas se resume en la siguiente tabla:

Tabla A1.1. Número total de posibilidades de descomposición de las fracciones 64/81 y 13/81

	64/81	**13/81**
Dos términos	0	0
Tres términos	3 (*)	4
Cuatro términos	32 (**)	57

(*) En todas ellas uno de los términos es 2/3 ó 3/4.
(**) Solo 3 de ellas son suma de fracciones unitarias, el resto contiene 2/3 ó 3/4.

[24] Puesto que además de fracciones unitarias, también se utilizaban las fracciones 2/3 y 3/4, también se han considerado éstas en el cálculo.

BAEDE, nº 22, 2013, 175-198, ISSN: 1331-6780

Los resultados obtenidos para las descomposiciones de tres términos se presentan en las tablas A1.2 y A1.3.

Tabla A1.2. Posibilidades de tres términos para la descomposición de la fracción 64/81 (*)

2/3	9	81
3/4	27	324
3/4	36	81

(*) Se presentan únicamente los denominadores de las fracciones unitarias, excepto los datos de la primera columna que corresponden a las fracciones 2/3 o 3/4.

Tabla A1.3. Posibilidades de tres términos para la descomposición de la fracción 13/81(*)

7	63	567
7	81	189
9	21	567
9	27	81

(*) Se presentan únicamente los denominadores de las fracciones unitarias

En las tablas siguientes se presentan las descomposiciones de 4 términos.

Tabla A1.4. Posibilidades de cuatro términos para la descomposición de la fracción 64/81 (*)

2	4	27	324
2	4	36	81
2	6	9	81

(*) Se presentan únicamente los denominadores de las fracciones unitarias.

Tabla A1.5. Posibilidades de cuatro términos para la descomposición de la fracción 64/81, cuyo primer término es 2/3 ó 3/4 (*)

2/3	9	90	810
2/3	10	45	810
2/3	10	81	90

2/3	12	27	324
2/3	12	36	81
2/3	15	18	810
3/4	27	486	972
3/4	27	540	810
3/4	27	567	756
3/4	28	315	810
3/4	28	324	756
3/4	28	378	567
3/4	30	180	810
3/4	30	270	324
3/4	36	90	810
3/4	36	108	324
3/4	38	81	684
3/4	39	81	468
3/4	40	72	810
3/4	40	81	360
3/4	42	81	252
3/4	44	81	198
3/4	45	60	810
3/4	45	81	180
3/4	48	81	144
3/4	52	81	117
3/4	54	81	108
3/4	60	81	90
3/4	63	81	84

(*) Se presentan únicamente los denominadores de las fracciones unitarias, excepto los datos de la primera columna que corresponden a las fracciones 2/3 o 3/4.

Tabla A1.6 .Posibilidades de cuatro términos para la descomposición de la fracción 13/81 (*)

7	70	567	630
7	72	504	567
7	81	238	918
7	81	252	756

BAEDE, nº 22, 2013, 175-198, ISSN: 1331-6780

7	81	270	630
7	81	336	432
7	84	252	567
7	84	324	378
7	90	189	810
7	90	210	567
7	108	140	810
7	108	189	324
7	112	144	567
7	135	140	324
8	32	324	864
8	36	162	648
8	36	168	567
8	36	216	324
8	40	135	324
8	40	108	810
8	48	81	432
8	54	72	324
8	54	81	216
8	56	63	567
8	56	81	189
8	72	81	108
9	22	462	567
9	24	162	648
9	24	168	567
9	24	216	324
9	27	90	810
9	27	108	324
9	28	81	756
9	28	84	567
9	30	70	567
9	30	81	270
9	36	54	324
9	36	81	108
10	18	270	810

10	18	315	567
10	18	324	540
10	20	108	810
10	20	135	324
10	21	90	567
10	27	45	810
10	27	81	90
11	15	594	810
11	18	81	594
12	14	252	567
12	14	324	378
12	15	108	810
12	15	135	324
12	16	81	432
12	18	54	324
12	18	81	108
12	27	36	81
15	18	27	810

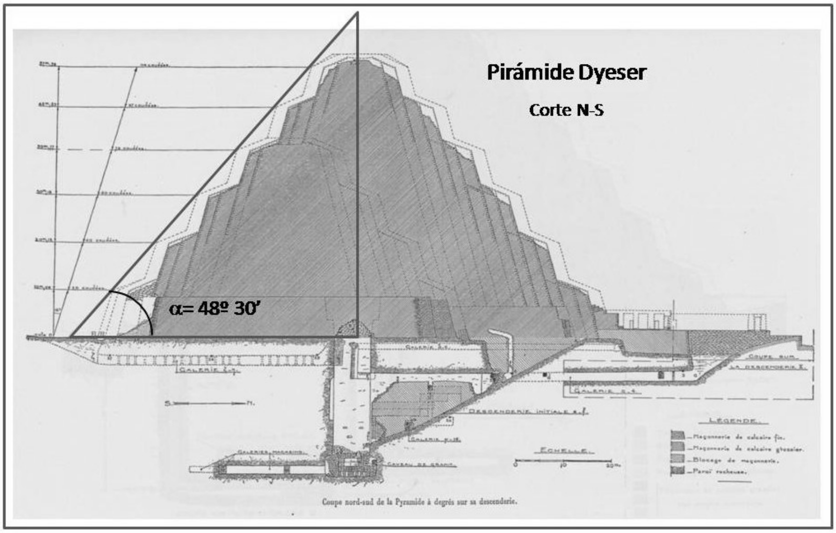
(*) Se presentan únicamente los denominadores de las fracciones unitarias.

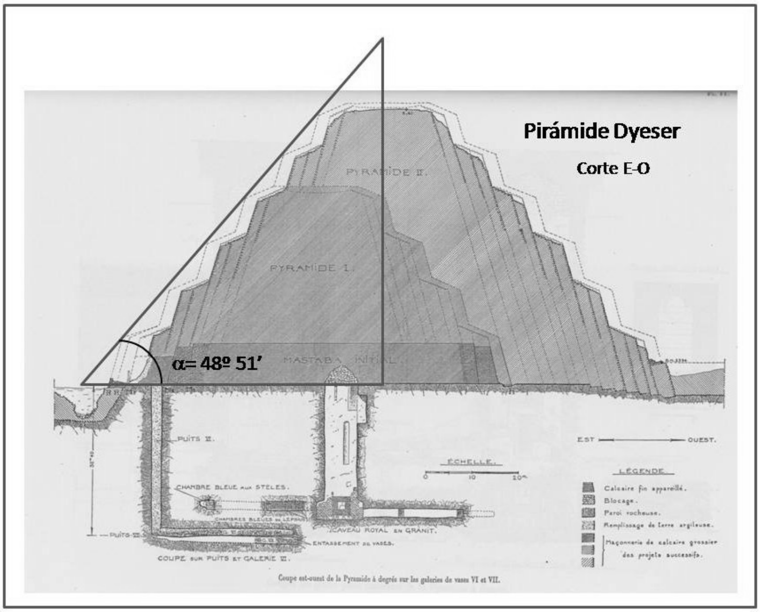
BAEDE, nº 22, 2013, 175-198, ISSN: 1331-6780

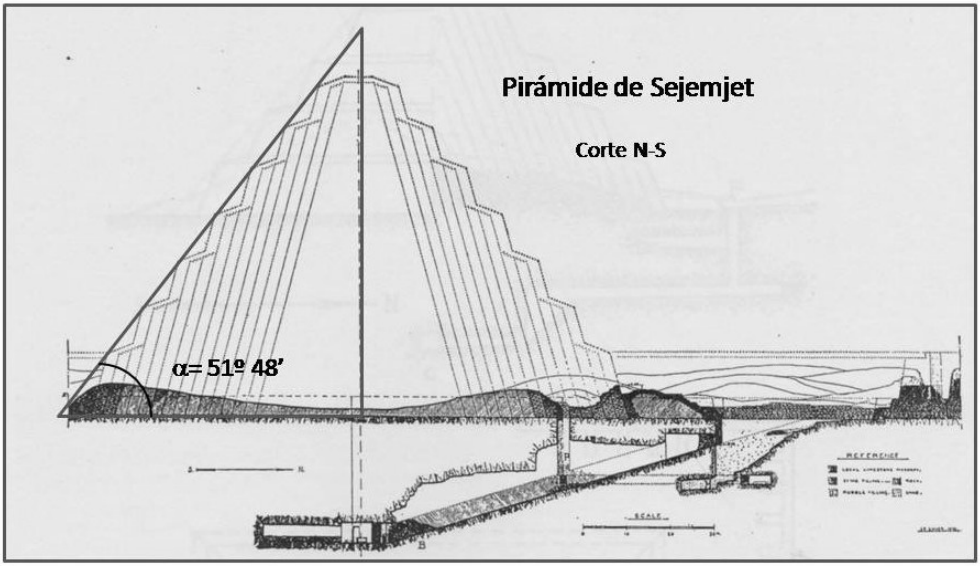
ANEXO 2

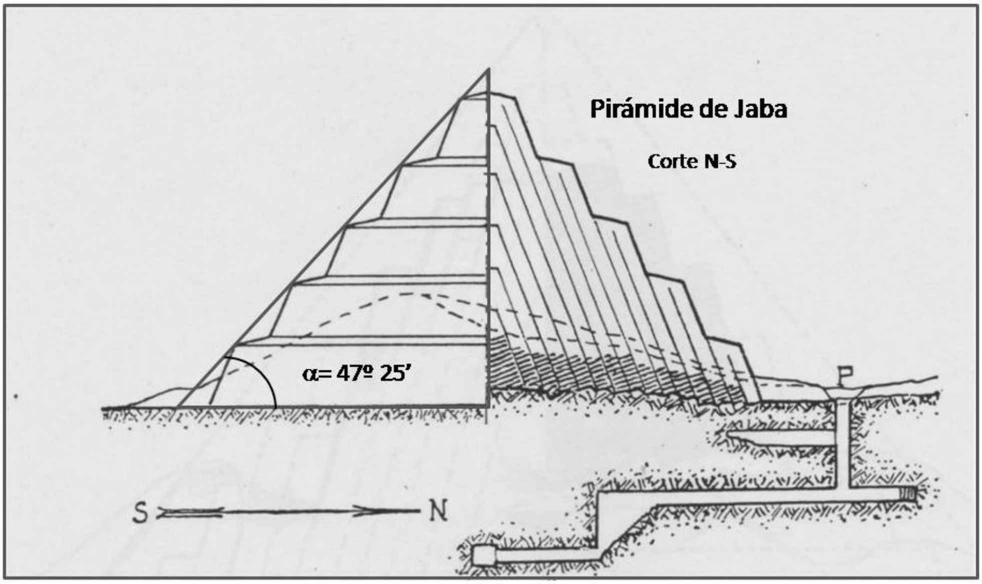
CROQUIS DE LAS PIRÁMIDES ESCALONADAS

Fuente: J. P. LAUER, *Histoire monumentale des pyramides d´Égypte. Tomo I. Les pyramides à degrés (III Dynastie).* Institut Français d´Archéologie Orientale, 1962. (Los añadidos son del autor de este artículo).

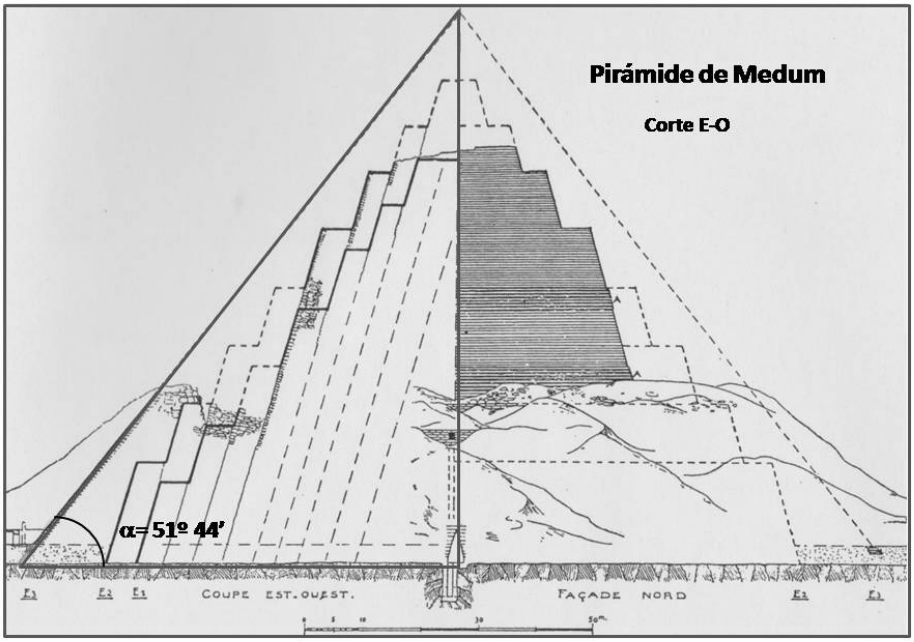








BAEDE, nº 22, 2013, 175-198, ISSN: 1331-6780


Pirámide de Medum
Corte E-O
α= 51º 44'
COUPE EST.OUEST.
FAÇADE NORD